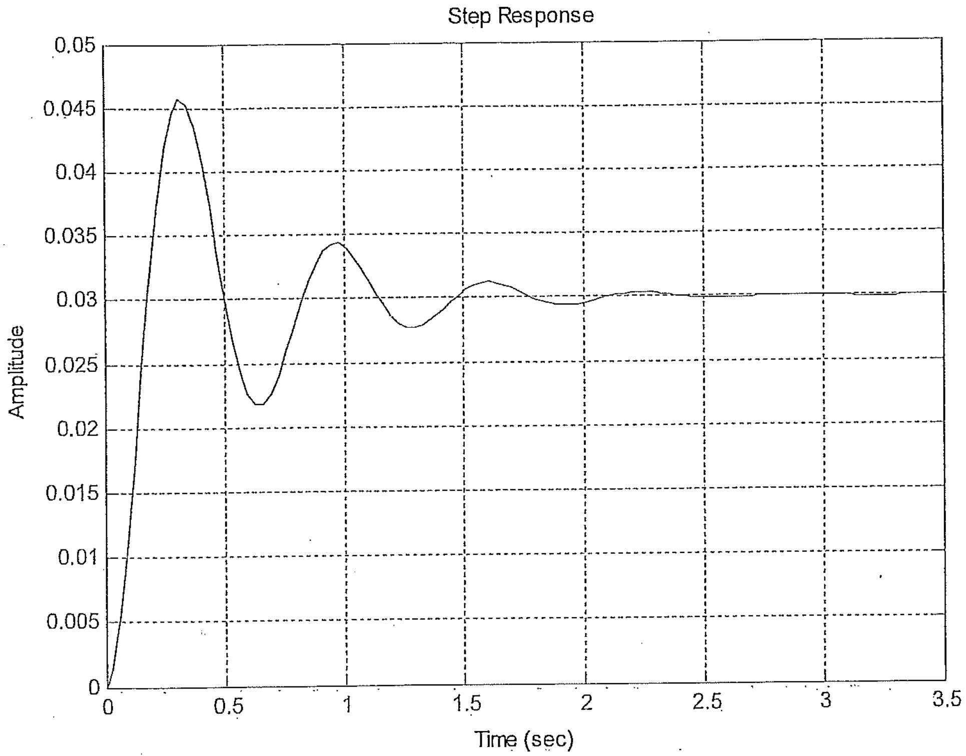
Lösningsförslag till
(problemdelen 2-7)
tentamen i

Reglerteknik

130815

uppgift 1: Se kursbok!

2.



$M = 0{,}533$

$t_p \simeq 0{,}3$ sek

$\downarrow$

$\zeta = 0{,}196$

$\omega_0 = 10{,}7$

$K = 0{,}03$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s) = \frac{K\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\cdot\omega_0 s + \omega_0^2} \simeq \frac{0{,}03 \cdot 10{,}7^2}{s^2 + 2\cdot 0{,}196 \cdot 10{,}7 s + 10{,}7^2}$$

$$Y(s)\left(s^2 + 4{,}19 s + 114\right) \simeq U(s) \cdot 3{,}43$$

Laplacetransformera!

$$\ddot{y}(t) + 4.19\,\dot{y}(t) + 114\,y(t) = 3.43\,u(t)$$

poler fås från överföringsfunktionens nämnare.

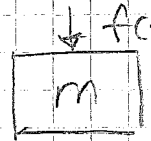
$$s^2 + 4.19 s + 114 = 0$$

$$s = -2{,}1 \pm 10.5j$$

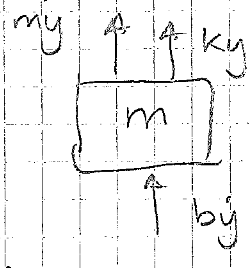
komplexa poler, men det visste vi redan genom stegsvaret.

3. Dela upp i 2 olika fall:

Fall 1 massan fixeras, vilka krafter känns av?



Fall 2 massan förflyttar sig nedåt från sitt jämviktsläge.



Summera krafter: $m\ddot{y} + b\dot{y} + ky = f(t)$

Laplacetransformera! $Y(s)\left(ms^2 + bs + k\right) = F(s)$

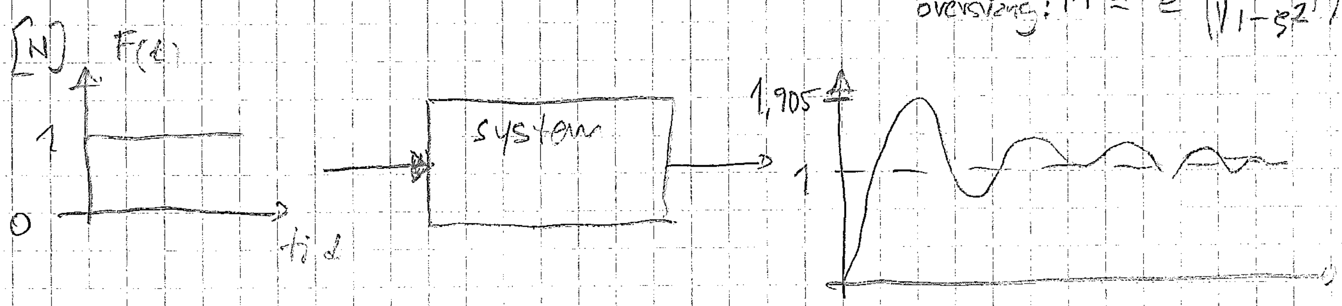
$$G(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2+bs+k} = \frac{1}{10s^2+0{,}2s+1}$$

Sätt lika med ett 2:a ordningens underdämpat system.

$$\frac{K \cdot \omega_0^2}{s^2+2\zeta \cdot \omega_0 s+\omega_0^2} = \frac{1/10}{s^2+0{,}02s+1/10}$$

$$\begin{cases} K = 1 \\ \omega_0 = \sqrt{1/10} \approx 0{,}316 \\ 2\zeta \cdot \omega_0 = 0.02 \end{cases} \longrightarrow \zeta = 0{,}0316$$

översväng: $M = e^{-\left(\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)} \approx 0{,}905$



4

$$G_p(s) = \frac{0,1}{s(1+200s)(1+100s)}$$

a) $$|G_p| = \frac{0,1}{\omega\sqrt{1+(200\omega)^2}\sqrt{1+(100\omega)^2}}$$

$$\arg\{G_p\} = -90° - \arctan(200\omega) - \arctan(100\omega)$$

ω	$\arg\{G_p\}$	$\lvert G_p\rvert$	$\lvert G_p\rvert_{dB}$
0.001	−107°	97,6	39,8
0.002	−123°	45,5	33,2
0.005	−162°	12,6	22
0.01	−198°	3,16	10
0.02	−229°	0,54	−5,4
0.05	−253°	0.039	−28,2
0,1	−261°	0.005	−46
0,2	−266°	0.00062	−64
0,5	−268°	0.00004	−88

närmar sig ↓ ↓ ↓
asymptotiskt −270° 0 −∞ dB

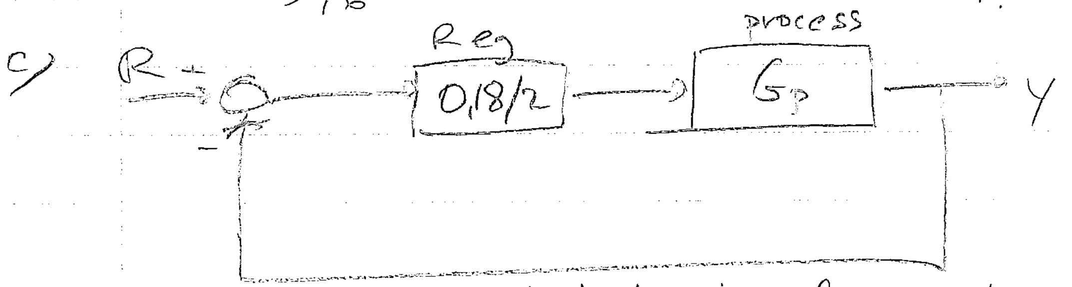
b) I så fall letar vi efter $\omega_\pi \approx 0.0075$ rad/sek
då har vi en fasvridning
på −180°.

Då är förstärkning ca 15 dB för stor
(5,6 ggr)

$$K = \frac{1}{5,6} \approx 0,18$$

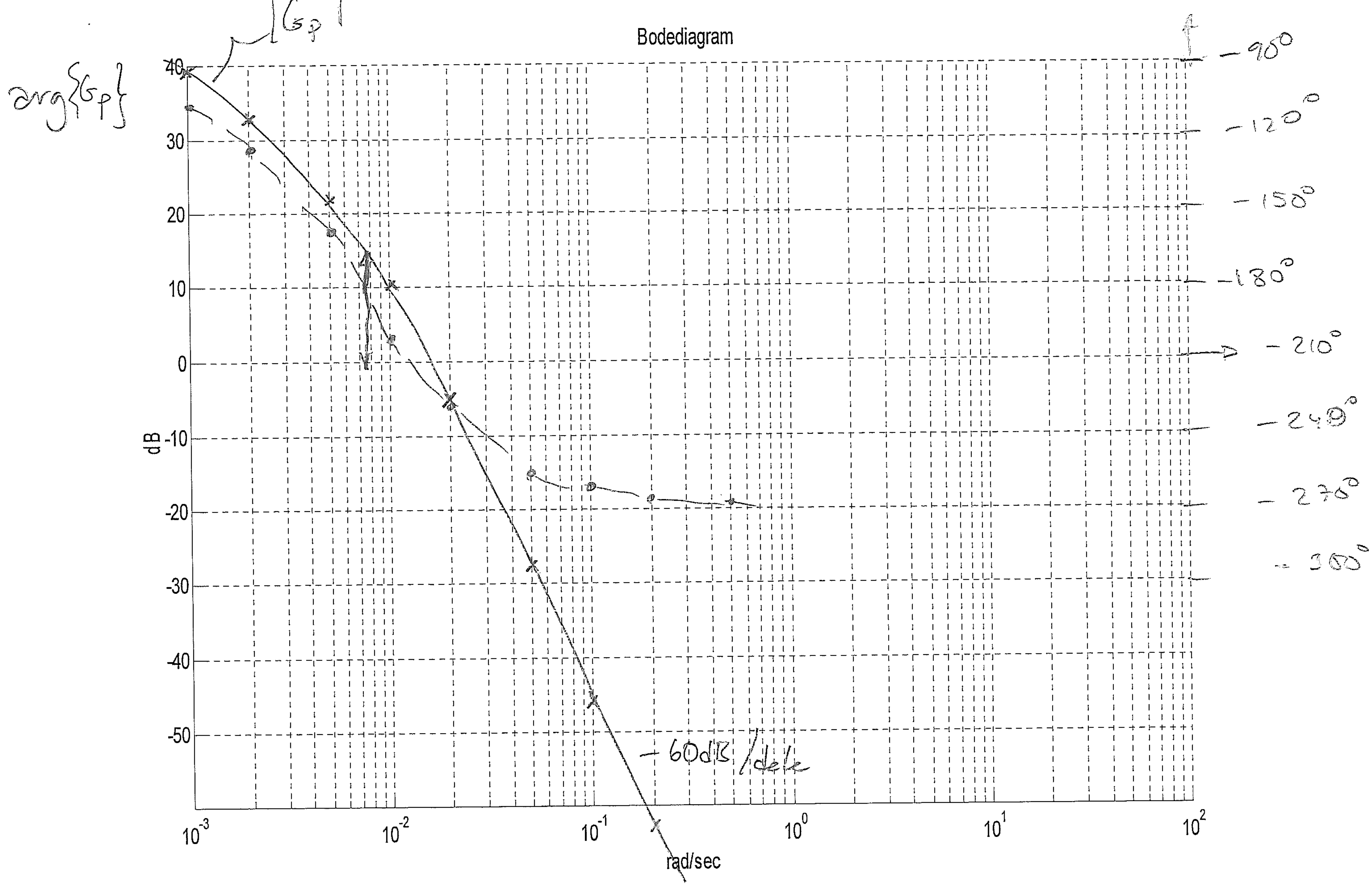
$K < 0,18$

c)



enhetsåterkoppling (snabb och exakt givare)

4a


Bodediagram
|Gp|
arg{Gp}
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
dB
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
rad/sec
-90°
-120°
-150°
-180°
-210°
-240°
-270°
-300°
-60dB/dek

4c forts

Kretsförstärkning: $0.09 \cdot \dfrac{0.1}{s(1+200s)\cdot(1+100s)}$

vid börv. steg: inget fel eftersom integration hos process.

vid börv. ramp: $e_{ss} = \dfrac{1}{K_1} = \dfrac{1}{0.09 \cdot 0.1} \simeq 111$ enheter fel

där K_1 är förstärkningen hos kretsförstärkningen vid låga frekv.

4d

Ziegler-Nichols självsv. metod

vill ha max förstärkning vid P-reglering + motsv. periodtid då för självsvängningen.

$K_0 = K_{max} = 0.18$

$T_0 = \dfrac{2\pi}{\omega_\pi} \simeq \dfrac{2\pi}{0.0075} \simeq 838$ sek

PI-reg:
$$\begin{cases} K = 0.45 \cdot K_0 \simeq 0.45 \cdot 0.18 \simeq 0.08 \\ T_i = \dfrac{T_0}{1.2} = \dfrac{838}{1.2} \simeq 698 \text{ sek} \end{cases}$$

5.

$$G_p(s) = \frac{4}{s} \xrightarrow[h=1\text{sek}]{} H_p(z) = \frac{4z^{-1}}{1-z^{-1}} = \frac{B(z)}{A(z)}$$

a) Icke-integrerande regulator: grad P = grad A + grad $B - 1 = 1$

$$P(z) = 1 - qz^{-1} = 1$$

$$C(z) = 1 \qquad K_r = \frac{P(1)}{B(1)} = \frac{1}{4}$$

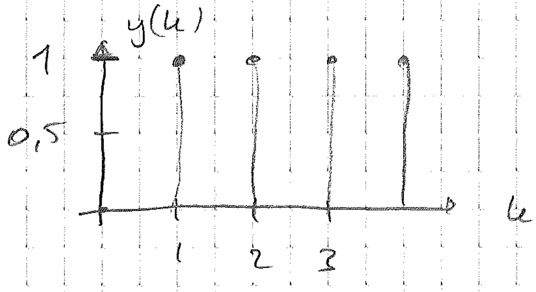
$$D(z) = d_0$$

Polynomidentiteten: $P = AC + BD$

$$1 = (1-z^{-1}) \cdot 1 + 4z^{-1} \cdot d_0$$

$$z^{-1}: \quad 0 = -1 + 4d_0 \quad \rightarrow \quad d_0 = 1/4$$

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = K_r \cdot \frac{B(z)}{P(z)} = \frac{1}{4} \cdot \frac{4z^{-1}}{1} = z^{-1}$$



stegsvar

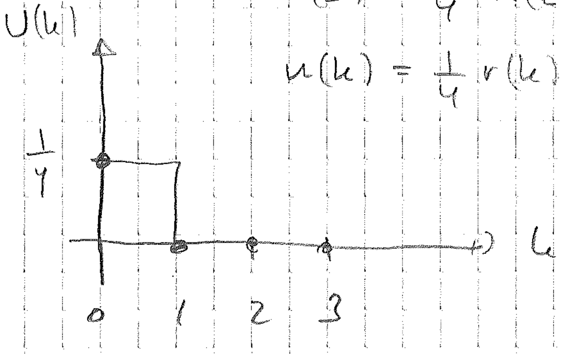
b)

$$U(z) = \left(K_r \cdot R(z) - Y(z) \cdot D(z)\right) \cdot \frac{1}{C(z)}$$

$$C(z) \cdot U(z) = K_r \cdot R(z) - Y(z) \cdot D(z)$$

$$U(z) = \frac{1}{4} R(z) - \frac{1}{4} Y(z)$$

$$u(k) = \frac{1}{4} r(k) - \frac{1}{4} y(k)$$

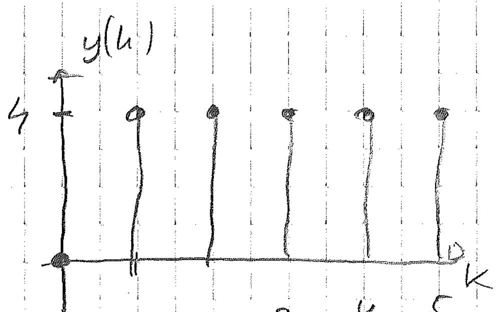


Styrsignal under första sampel!

c)

$$\frac{Y(z)}{V(z)} = \frac{B/A}{1 + \frac{B}{A} D \cdot \frac{1}{C}} = \frac{BC}{P} = \frac{4z^{-1}}{1}$$

$$y(k) = 4 \cdot v(k-1)$$



6.

$$u[k] = 3\,e[k] + 4\,q[k]$$ % PI-regulator

$$e[k] = q[k] - q[k-1]$$ % felsumman

a)

$K = 3$; $\frac{K \cdot h}{T_i} = 4 \Rightarrow T_i = \frac{3}{10}$

b) $T_d = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10} = \frac{1}{10}$ sek

$$u[k] = 3\,e[k] + 4\,q[k] + \overbrace{\underbrace{\frac{K \cdot T_d}{h}}_{3 \cdot \frac{1}{10} / \frac{4}{10} = \frac{3}{4}} \left(e[k] - e[k-1]\right)}^{\text{D-del}}$$

7.

$$G_R G_p(s) \approx \frac{2{,}4}{s}$$

a) $e_{ss} = 0$ vid börvärdesändringar

$e_{ss} = 10 \cdot \frac{1}{2{,}4}$ vid ramp signaler hos börvärde.

b)
$$1 + \frac{6K}{(1+s/2)s(s+1)} = 0$$

$$s^3 + 3s^2 + 2s + 12K = 0$$

s^3	1	2
s^2	3	12K
s^1	$\frac{6-12K}{3}$	0
s^0	12K	

$K < \frac{1}{2}$

$K > 0$

vid $K = \frac{1}{2}$ så är $A_m = 1$ ggr

$K = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}$ så är $A_m = 5$ ggr

$e_{ss} = 0$ vid börvärdessteg

vid ramp: $e_{ss} = \frac{A_{\text{rampamplitud}} \cdot 1}{K_v} = \frac{10 \cdot 1}{6/10} = \frac{100}{6}$ enheter